



## O reflexo da Geometria no espelho: uma proposta com material manipulável para o ensino de Matemática

The reflex of geometry in the mirror: a proposal with handling material teaching material

Helen Tailane Mudrak<sup>1</sup>  
Kemeli Müller Ristau<sup>2</sup>

**Resumo:** Esta proposta tem por finalidade apresentar uma análise sobre a aprendizagem significativa, expor os fatores que interferem na aprendizagem baseando-se em pesquisa exploratória na área de geometria plana e espacial bem como explicitar as diferenças entre aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica. Este trabalho surgiu através da pesquisa realizada para o trabalho de graduação de uma das autoras e seu orientador. Apresenta elementos que destacam a utilização de Materiais Manipuláveis e em seguida propõe uma atividade envolvendo polígonos, setores circulares e a utilização de materiais manipuláveis, afim de despertar interesse dos estudantes pela Geometria e assim proporcionar um processo de aprendizagem significativo. Esta proposta, após passar por algumas aplicações “piloto” foi reorganizada e aplicada numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da cidade de Joinville, Santa Catarina. Além de mostrar brevemente como foi a aplicação das atividades propostas em sala de aula no Ensino Fundamental. A motivação dessa pesquisa é apresentar um estudo sobre a metodologia diferenciada e reflexões no ensino através de materiais manipuláveis, despertando o interesse pela Matemática e assim averiguar as possibilidades de poder gerar uma aprendizagem significativa aos alunos.

**Palavras-chave:** Geometria. espelhos. materiais manipuláveis

**Abstract:** This proposal aims to present an analysis of meaningful learning, expose the factors that interfere with learning based on exploratory research in the area of flat and spatial geometry as well as explain the differences between meaningful learning and mechanical learning. This work came from the research carried out for the undergraduate work of one of the authors and her advisor. It presents elements that highlight the use of Manipulable Materials and then proposes an activity involving polygons, circular sectors and the use of manipulable materials, in order to arouse students interest in Geometry and thus provide a meaningful learning process. After undergoing some pilot applications, this proposal was reorganized and applied in a 9th grade elementary school class, from a municipal school in Joinville, Santa Catarina. In addition to showing briefly how was the

---

<sup>1</sup> Helen Tailane Mudrak – Licenciada em Matemática, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/SC, helenmudrak@gmail.com.

<sup>2</sup> Kemeli Müller Ristau – Licenciada em Matemática, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville/SC, mullerkemeli@gmail.com.



application of the proposed activities in the classroom in elementary school. The motivation of this research is to present a study about the different methodology and reflections in teaching through manipulable materials, arousing interest in mathematics and thus investigate the possibilities of generating meaningful learning for students.

**Keywords: Geometry. mirrors. manipulable materials**

## Introdução

Muitas vezes o docente pode se deparar ao ensinar um conteúdo com perguntas dos alunos como: “Onde usaremos isso?” ou também “Mas por que aprender isso se não gosto de Matemática?”. Essa pode ser a reação de alunos que não compreenderam o conteúdo, ou que apenas tiveram uma aprendizagem mecânica.

Uma das formas de lidar com esta dificuldade poderá ser partir de temas já conhecidos pelos alunos e relacioná-los com o cotidiano, desta forma, além de relacionar o conteúdo com situações práticas que os alunos podem reconhecer, a construção de novos conceitos acontece considerando o que os mesmos já conhecem, valorizando o que eles trazem de conhecimento à escola ao mesmo tempo em que ancora o novo conhecimento em estruturas conceituais já estabelecidas. Esta é uma maneira dos alunos realizarem um processo de aprendizagem significativa.

Tomando como base o trabalho de David Ausubel, Moreira (2001) diz que:

A ideia central da teoria de Ausubel é a de que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. [...] aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo. (p. 17)

Ghedin (2012, p. 6 apud SANTOS; OLIVEIRA, 2014, p. 143) afirma: "a aprendizagem (e o ensino) é um processo social de enriquecimento individual e grupal que se constitui pelos sujeitos nos espaços de interação e relação que se constrói na realidade social por meio do modo como reproduzem uma informação", isto é, uma aprendizagem com significados reais. A aprendizagem com significados



reais, citada por Santos e Oliveira (2014), é conhecida na teoria de Ausubel como aprendizagem significativa.

É importante trazer uma conceituação do que estarei entendendo como sendo material manipulável, ou material concreto – que nesta pesquisa vou considerar como sendo sinônimos. Os materiais manipuláveis serão entendidos como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia” (REYS *apud* PASSOS, 2006, p. 78).

Para D’Ambrósio (2001, p. 15), o professor tem um grande desafio, o de “tornar a Matemática interessante, isto é, atrativa; relevante, isto é, útil; atual, isto é, integrada no mundo de hoje”.

Muitas vezes, a dificuldade dos alunos pode estar ligada ao ensino que lhes é oferecido que assume um caráter “tradicional” quando o professor assume o papel de transmissor do conhecimento e o aluno apenas receptor. Na tentativa de modificar esta concepção de ensino, vale considerar que “aprender a procurar, e mesmo a encontrar respostas, é mais importante para a formação do indivíduo do que as respostas às indagações” (LORENZATO, 2006, p.8).

Uma possível solução é a utilização de materiais manipuláveis pelos professores, pois seu uso amplia o conhecimento dos alunos levando-os a reflexões onde possam associar a manipulação física dos objetos com a atividade intelectual, desta forma estabelecendo uma relação entre teoria e prática (PAIS, 1996, p. 67). Mas para que isso de fato aconteça, seu uso deve ser muito bem organizado, pois o material manipulável não vale por si só, é preciso considerar que os professores tenham formação para utilizá-los. Sendo assim, o professor deve conhecer algumas potencialidades do uso de materiais concretos para que os alunos tenham uma aprendizagem significativa.

Como afirma Pais (1996, p.67), o material concreto,



deve ser cuidadosamente planejado e fundamentado teoricamente no sentido de que ele possa contribuir, de fato para uma aprendizagem mais significativa para o aluno [...] faz-se necessário salientar que esta manipulação não pode limitar-se a uma simples atividade lúdica.

Portanto, organizar uma pesquisa como esta poderá contribuir para a formação de professores que se interessem pela temática do uso de materiais manipuláveis e a aprendizagem significativa, além de contribuir em suas práticas docentes por meio da materialização da sequência de atividades que pretendo construir ao concluir este trabalho.

### **Fundamentação teórica**

É comum encontrarmos estudantes com dificuldades na disciplina de matemática nas escolas, especialmente na área de Geometria. Entre as características deste ramo de pesquisa, a visualização é uma das mais importantes, ou seja, estudar Geometria demanda algum reconhecimento visual de formas e propriedades, porém, nem sempre elas são perceptíveis para maioria dos alunos, ainda mais quando se estuda a geometria espacial.

O pesquisador Luiz Carlos Pais (1996), menciona que

O desenho tem sido, na realidade, uma passagem quase que totalmente obrigatória no processo de conceitualização geométrica [...] o uso do desenho em geometria plana, que é normalmente identificado pelo aluno ao próprio conceito, é relativamente bem mais simples do que em geometria espacial, que exige, quase sempre, o recurso da técnica da perspectiva. Este uso da perspectiva que serve para colocar em evidência a terceira dimensão do objeto representado, é uma das dificuldades maiores encontradas pelos alunos na aprendizagem dos conceitos espaciais. (p. 68-69).

Quando dificuldades deste tipo surgem no processo de aprendizagem dos alunos, o uso de materiais manipuláveis pode ser de grande ajuda para o ensino da geometria. Segundo FONSECA et al. (2002),

A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e



avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino. (Apud TASHIMA; SILVA, 2008, p. 7).

Então podemos ver que, no ensino de Geometria, há pesquisadores que buscam entender quais são as dificuldades encontradas pelos alunos para proporem uma abordagem diferenciada em suas práticas docentes.

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática mencionam a relevância do uso de recursos para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem:

Os [...] recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadora, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão. (BRASIL, 1998, p. 57)

Portanto, diante da intenção de utilizar recursos como materiais concretos para o ensino de Geometria Espacial, é importante analisar formas para que esta utilização esteja atrelada a situações que gerem análise e reflexão aos estudantes durante suas práticas, tarefa que não é das mais fáceis para o professor de matemática.

O processo educacional pode ser caracterizado em três aspectos fundamentais: ensino, aprendizagem e avaliação. Espera-se que esses aspectos sejam efetivados em sala de aula, contudo frequentemente a realidade é outra e esses fatores não acontecem. Analisando o processo de ensino, podemos observar que alguns alunos conseguem alcançar uma boa nota nas avaliações, mas posteriormente esquecem todo o conteúdo aplicado na prova. Verificamos então, que o aluno não aprendeu efetivamente e sim “decorou” e transcreveu na avaliação. Uma forma teórica de entender isso é conceituar o aprendizado ocorrido em sala de aula como mecânico.

Um exemplo de aprendizagem mecânica que ocorre atualmente na vida de grande parte dos alunos é,

O treinamento oferecido pelos cursinhos preparatórios para o exame de ingresso à universidade, o chamado vestibular. Os alunos são



simplesmente treinados, na base do estímulo-resposta [...] para passar no exame. E, de fato, passam. Mas quando chegam na Física ou Cálculo I, por exemplo, não sabem sequer trigonometria. É como se não tivessem passado pelo Ensino Médio e pelo cursinho. (MOREIRA; MASINI, 2008, p.25)

A aprendizagem mecânica pode ser útil, para formar os primeiros conceitos em uma área completamente nova, porém é a aprendizagem significativa que tem maior importância no ensino escolar, e pode colaborar com a formação de cidadãos com pensamentos críticos com a finalidade de tornar-se uma sociedade justa e promissora.

Segundo Moreira e Masini (2001, p.17) o “processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo” é denominado por David Ausubel como aprendizagem significativa. Este processo ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou proposições relevantes preexistentes na estrutura do aluno. “Se não há essa interação, não há aprendizagem significativa” (MOREIRA; MASINI, 2008, p.16).

O processo de aprendizagem significativa está associado diretamente com a atribuição de significado ao que se aprende e a relação entre o novo conhecimento e ao que já se sabe.

Moreira e Masini (2008, p.16) enfatizam que

Havendo interação, ambos os conhecimentos se modificam: o novo passa a ter significados para o indivíduo e o prévio adquire novos significados, fica mais diferenciado, mais elaborado. [...] o novo conhecimento não interage com qualquer conhecimento prévio, mas sim com algum conhecimento que seja especificamente relevante para dar-lhe significado.  
[...] É preciso querer relacionar os novos conhecimentos aos prévios para que a aprendizagem possa ser significativa. Ninguém aprenderá significativamente se não quiser aprender. É preciso uma predisposição para aprender, uma intencionalidade.

Compreensão não é um processo passivo. O aprendiz tem que se engajar com a construção de seus próprios significados.



Quando os objetivos da aprendizagem significativa não são alcançados, podemos dizer que a aprendizagem foi mecânica. Moreira e Masini (2001, p.17) dizem que:

Contrastando com a aprendizagem significativa, Ausubel define aprendizagem mecânica como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Nesse caso, a nova informação é armazenada de maneira arbitrária. Não há interação entre a nova informação e aquela já armazenada.

E ainda, “a aprendizagem mecânica é uma aprendizagem sem compreensão, sem transferência, quase sem significado e com pouca retenção”. (MOREIRA; MASINI, 2008, p.25).

Os materiais concretos podem auxiliar nesse processo de aprendizagem significativa e amenizar a dificuldade encontrada pelos alunos, pois são objetos que incentivam a percepção visual e tátil. A Geometria pode ser uma das dificuldades na disciplina de Matemática, porém é a área em que os alunos podem basear-se no manuseio de materiais. Como mencionado por Pais (1996, p. 73),

O objeto e o desenho são simplesmente recursos materiais auxiliares à construção de um conhecimento da natureza experimental e, por si mesmos, não caracterizam as noções geométricas. Mas, na construção do conhecimento teórico da geometria, que é constituído essencialmente pelos conceitos, faz-se necessário o recurso simultâneo tanto das bases intuitivas como da atividade experimental.

Esses materiais podem servir de recursos para construção do conhecimento e também deve ser dada atenção para que a utilização racional dos materiais didáticos em determinados níveis da aprendizagem seja oferecida como recursos auxiliares, e não apenas como substitutivos à construção de conceitos. (PAIS, 1996, p. 73).

Assim, os materiais concretos e manipuláveis podem auxiliar na formação do conhecimento matemático a partir da reflexão que pode ser proposta ao aluno durante o seu manuseio, pois “muitas vezes, durante a construção de um material, o aluno tem a oportunidade de aprender matemática de uma forma mais efetiva” (FIORENTINI; MIORIM, 1993, p. 6).



Eis aí uma problemática que surge e esta pesquisa tem a intenção de propor algumas reflexões, que em forma de pergunta poderia ser colocada da seguinte maneira: Como organizar uma proposta de ensino de Geometria Espacial, por meio do uso de materiais manipuláveis, que seja reflexiva e significativa para os alunos?

Desta forma, vejamos a seguir os objetivos que foram traçados para o desenvolvimento desta pesquisa na intenção de responder esta pergunta que acaba de ser posta.

**Objetivo Geral:** Propor uma sequência de atividades com o uso de materiais manipuláveis que proporcione aos alunos da Educação Básica uma aprendizagem significativa em Geometria.

**Objetivos Específicos:** Identificar os elementos que caracterizam a Aprendizagem Significativa e apresentar algumas de suas potencialidades para o ensino de matemática. Apresentar algumas das potencialidades do uso de materiais concretos para o ensino de matemática buscando relacioná-las com a Aprendizagem Significativa. Organizar um conjunto de atividades com uso de material manipulável para o ensino de geometria.

## Metodologia

A organização metodológica utilizada nesta proposta para o alcance dos objetivos, passará por estudos exploratórios, pesquisas bibliográficas e posteriormente a aplicação e análise em sala de aula da atividade proposta.

Segundo Trivínõs (1987),

Os estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema. O pesquisador parte de uma hipótese e aprofunda seus estudos nos limites de uma realidade específica, buscando antecedentes, maior conhecimentos para, em seguida, planejar uma pesquisa descritiva ou de tipo experimental. (p. 109).

Assim como planejar uma pesquisa descritiva ou experimental “um estudo exploratório, por outro lado, pode servir para levantar possíveis problemas de





pesquisa”. (TRIVINÕS, 1987, p.109). Estes problemas de pesquisa estarão relacionados às dificuldades encontradas na aprendizagem da Geometria, buscando uma possível solução com o uso dos Materiais Manipuláveis com o propósito de simplificar a compreensão.

A experiência que pretendo ampliar está em torno do ensino de Geometria, na tentativa de reconhecer dificuldades específicas dos alunos que são retratadas por pesquisadores que se interessaram pelo mesmo tema. E parto da hipótese que o uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria pode ser de grande auxílio para superar os problemas de aprendizagem em geometria, o que pretendo sustentar ao longo do desenvolvimento desta pesquisa.

Como pretendo olhar para trabalhos de outros pesquisadores, esta pesquisa assume a característica de pesquisa bibliográfica sobre o tema de Aprendizagem Significativa, que segundo Gil (1991) “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (p. 50). A vantagem da utilização da pesquisa bibliográfica,

[...] reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Esta vantagem se torna particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. (GIL, 1991, p. 50)

Este trabalho será baseado em diversas pesquisas relacionadas à utilização dos Materiais Manipuláveis e sobre as características de uma Aprendizagem Significativa para o ensino de matemática visando ao final constituir uma proposta de ensino para Geometria Espacial.

### **Aplicação das atividades**

Após a aplicação das atividades (apêndice A e B) em sala de aula, pudemos obter algumas conclusões baseando-se em alguns aspectos da Teoria de David Ausubel.



Iniciamos com a Atividade A, o item (a) da primeira questão (Quadro 1) foi organizado com a intenção de fazer com que os alunos reconhecessem como se trabalhava com os espelhos (material manipulável) e identificassem as figuras que seriam geradas a partir dos reflexos obtidos. Segundo a teoria da Aprendizagem Significativa, a proposta se baseia na *assimilação de conceitos*, onde os alunos conseguem assimilar as figuras refletidas aos conteúdos estudados em anos anteriores. Nas Figuras 2 e 3 podemos observar, respectivamente, um pentágono e um hexágono.

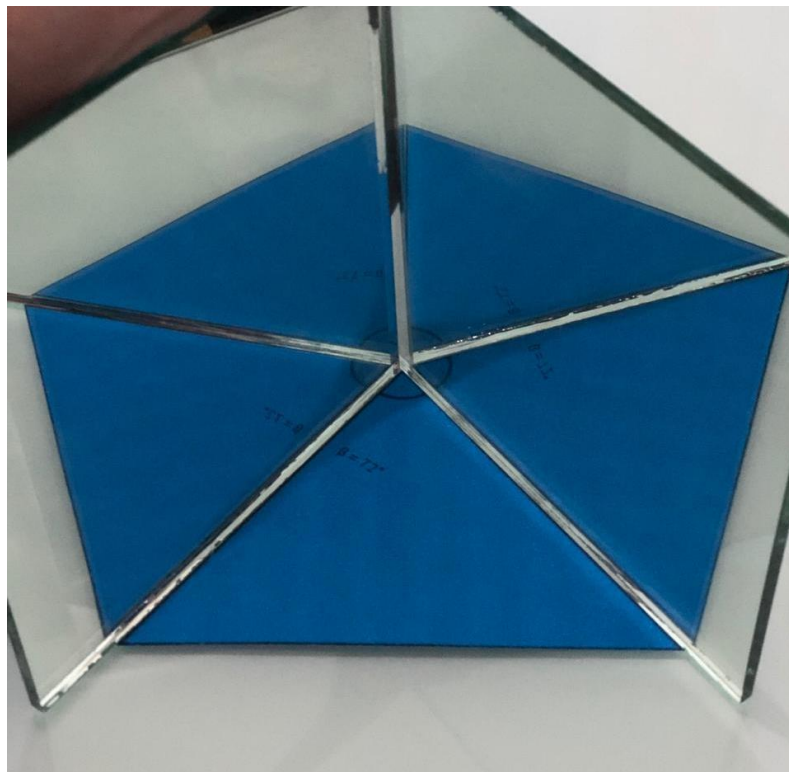


Figura 1 – Pentágono: reflexo do triângulo de  $72^\circ$   
**Fonte:** As autoras (2019)

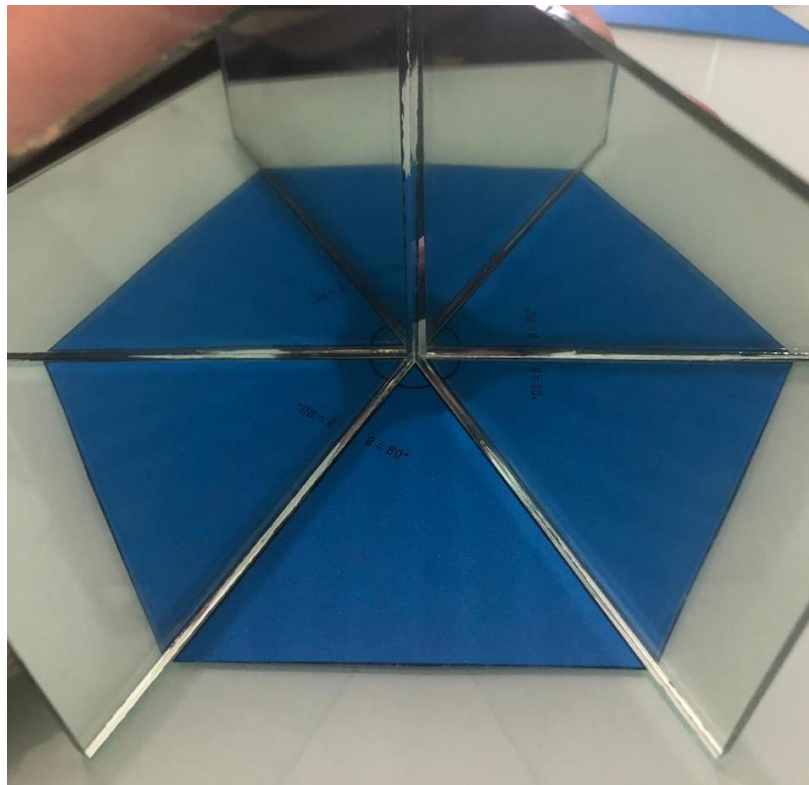


Figura 2 – Hexágono: reflexo do triângulo de  $60^\circ$   
Fonte: As autoras (2019)

Avaliando as respostas dessas atividades segundo o estudo desta teoria, constatamos que o uso do Material Manipulável torna a atividade agradável e interessante, além disso, a possibilidade do manuseio deste objeto permitindo observar mudanças, facilita o processo de aprendizagem. Com as conclusões após a aplicação, verificamos que todos os objetivos propostos na Atividade A foram alcançados. Mas em relação a Atividade B, nem todos, mas mesmo assim, em partes, houve uma aprendizagem significativa.

Após ter realizado esta pesquisa percebemos que é necessário analisar a forma de aprendizagem dos alunos, para que ela tenha sentido em sua vida, que este aluno possa compreender, analisar, tirar suas próprias conclusões e não apenas reproduzir fórmulas ou definições. Além disso, foi possível verificar que o uso de materiais pode ser um aliado do professor para o ensino da Geometria, desde que



utilizado para assimilar definições com aplicações.

## Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quartos ciclos do Ensino fundamental: Matemática**. Brasília, MEC, 1998.

D'Ambrósio, U. **Desafios da Educação Matemática no novo milênio**. São Paulo: Educação Matemática em Revista, 2001.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrências e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2008.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2002.

LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 77-91.

PAIS, Luiz Carlos. **Intuição, experiência e teoria geométrica**. ZETETIKÉ, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul./dez., 1996. Disponível em: <<https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2664/2405>>. Acessado em: 21/07/2015.

SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago. **Teoria de aprendizagem significativa de Ausubel e suas contribuições para o ensino-aprendizagem matemática nos primeiros anos do ensino fundamental**. Perspectivas em Psicologia, Uberlândia, v. 18, n. 1, p. 134-155, jan./jun. 2014. Disponível em: <<http://www.seer.ufu.br/index.php/perspectivasempsicologia/article/viewFile/28845/16027>>. Acesso em: 11 jul. 2018



TASHIMA, Marina Massaco; SILVA, Ana Lúcia da. **As Lacunas No Ensino-Aprendizagem Da Geometria.** p. 7, 2008. Disponível em: <[http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes\\_pde/artigo\\_marina\\_massaco\\_tashima.pdf](http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf)>. Acesso em: 13 ago. 2018

TRIVINÕS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 1987.

## Apêndices

**Apêndice A:** Atividade com espelhos e triângulos.

### *Atividade A – Espelhos e triângulos*

- 1) (a) Escolha ao menos quatro triângulos e em cada um posicione os dois espelhos sob os lados que estão adjacentes ao ângulo indicado. Observe os reflexos obtidos e diga que figura você encontra?
- (b) Utilizando todos os triângulos e procedendo como no item (a), complete adequadamente a tabela a seguir.

| <b>Nome do Polígono</b> | <b>Ângulo do triângulo usado para refletir</b> | <b>Quantidade de figuras refletidas</b> | <b>Número de lados do polígono</b> |
|-------------------------|--|---|------------------------------------|
| Triângulo               |  |   |                                    |
|                         |  | 3                                       |                                    |
| Pentágono               |  |   |                                    |
| Hexágono                |  |   |                                    |
|                         |  |   | 7                                  |
| Octógono                |  |   |                                    |



2) Observe a tabela preenchida no exercício anterior para responder as questões a seguir.

(a) Como é possível descobrir a quantidade de figuras refletidas se apenas soubermos o número de lados do polígono? E quantas figuras são refletidas em um eneágono? E num dodecágono?

(b) Escolha quatro polígonos quaisquer que foram formados com as reflexões dos espelhos, observe a tabela e verifique quanto resulta a multiplicação do número de lados do polígono pela medida do ângulo do triângulo utilizado para refletir. Explique, com suas palavras, o resultado obtido. Qual a medida do ângulo do triângulo que, com o uso do espelho, produzirá um polígono de 18 lados? E quantas figuras ele reflete?

## **APÊNDICE B: ATIVIDADE COM ESPELHOS E SETORES CIRCULARES.**

### ***Atividade B – Espelhos e setores circulares***

1. (a) Que figura você vê quando coloca os espelhos adjacentes ao ângulo do setor circular quando o ângulo é de  $45^\circ$ ?

(b) Agora mude para o setor circular com ângulo de  $60^\circ$ , qual figura será obtida?

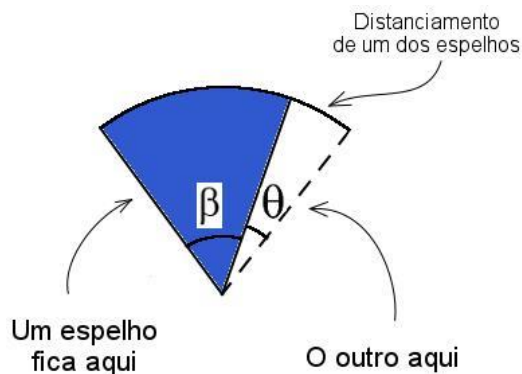
(c) Escolha outro setor circular qualquer, diferente dos dois primeiros, e verifique qual figura será formada com os espelhos.

(d) O que você pode concluir quando utilizamos os espelhos para refletir um setor circular?



Nos próximos exercícios trabalharemos com o espelho de uma forma um pouco diferente. Um dos espelhos ficará sobre um dos lados do setor circular e o outro ficará distante alguns graus do outro lado, veja o exemplo na figura ao lado.

*Para medir o distanciamento  $\theta$  utilize o transferidor de papel que lhe foi entregue.*



2. (a) Utilizando o setor circular de  $60^\circ$  e um espelho distante  $30^\circ$  de um dos lados. Faça um esboço da figura

(b) Agora crie esboços das figuras obtidas e mostre sua parte colorida.

(i) o setor de  $36^\circ$  e um distanciamento de  $24^\circ$ .

(ii) o setor de  $36^\circ$  e um distanciamento de  $36^\circ$ .

(c) Vamos chamar as figuras obtidas nos itens anteriores de “rosas de setores circulares”, e cada setor que compõe esta rosa de “pétala”. As pétalas de um setor circular são sempre congruentes umas às outras? Justifique.

3. Complete a tabela a seguir considerando que  $\beta$  é o ângulo do setor circular e  $\theta$  o ângulo de distanciamento de um dos espelhos em relação ao lado.

| Nº | $\beta$    | $\theta$   | Quantidade de pétalas que a rosa possui | $\beta + \theta$ | A rosa de setores possui pétalas congruentes? |
|----|------------|------------|---|------------------|---|
| 1  | $36^\circ$ | $54^\circ$ |   |                  | ( ) sim ( ) não                               |
| 2  | $40^\circ$ | $20^\circ$ |   |                  | ( ) sim ( ) não                               |
| 3  | $40^\circ$ | $5^\circ$  |   |                  | ( ) sim ( ) não                               |



|          |     |     |  |  |                 |
|----------|-----|-----|--|--|-----------------|
| <b>4</b> | 15° | 15° |  |  | ( ) sim ( ) não |
| <b>5</b> | 30° | 15° |  |  | ( ) sim ( ) não |
| <b>6</b> | 20° | 10° |  |  | ( ) sim ( ) não |

**4.** (a) Quais foram os valores obtidos na soma de  $\beta + \theta$  que geraram as pétalas congruentes em cada rosa? Verifique ainda, no exercício 2, item (b) a soma de  $\beta + \theta$  que gerou a rosa de setores circulares com pétalas congruentes.

(b) Quais devem ser as somas de  $\beta + \theta$  para que as rosas tenham pétalas congruentes?

**5.** (a) Dado um setor circular com o ângulo  $\beta = 42^\circ$ , qual deve ser o espaçamento  $\theta$  para obtermos uma rosa com 2 pétalas?

(b) Para que tenhamos uma rosa com 6 pétalas, tendo um espaçamento  $\theta = 7^\circ$ , quanto deverá ser o ângulo do setor circular  $\beta$ ?

(c) Se tivermos um setor circular  $\beta = 38,2$  e um espaçamento  $\theta = 6,8$  teremos uma rosa com quantas pétalas?